科學與科技 - 幻方 二

前言:《幻方》系列包含兩版，合共9枚郵票，首版已於2014年10月9日發行，這次發行餘下的3枚郵票，其面值分別為8、1和6圓澳門幣。

中國和西方文化對*幻方*均抱有很大的興趣，**澳門郵政**出版這套郵品，目標除推廣*幻方*背後所隱含的**科學原理及文化底蘊**外，更希望呈現集郵史上一個**獨特的作品**給大家。

由於**資料單張**的篇幅有限，本次發行的**小型張**、**小版張**、**首日封**、**郵票**及描述和定義*幻方*的術語之詳細說明，將會上載到以下的*澳門郵政***網站**：

- 《幻方 一》及《幻方 二》- **http://goo.gl/nRMMBd**。

小型張：馬跳的方法

根據*幻方*的**種類**及**階數**，我們可以使用數種不同的通用法則來建構*幻方*。包括：**La Loubère** 或 **Siamese**, **Bachet de Méziriac**, **Philippe de la Hire**, **John Lee Fults**, **Ralph Strachey**, **Knight's Tour**, **Dürer**等。

在這次出版的**小型張**中，我們使用了「**馬跳的方法**」或稱「**騎士巡遊**」（**Knight's Tour**）來建構**十六階**並**封閉**或**迴圈**的*幻方*。

這方法是根據西洋棋中*騎士的步法*，在**起始元素格**中，把數字*1*至*幻方*的**階數n的平方**（n^2）順序填入*元素格*中。

一旦整個**巡遊**（**Tour**）過程完成，凡是騎士可以從**最後元素格**中利用騎士的步法跳回**起始元素格**，我們稱為**封閉**或**迴圈**的*巡遊*，在此情況下，*起始元素格*可以是在任一元素格中。反之則稱為**開放**或**非迴圈**的*巡遊*。

有趣的是，通過利用*騎士巡遊*的方法在不同大小的*棋盤*上來創建*幻方*的研究，發現*騎士巡遊幻方*並不存在於$n \times n$且n為*奇數*的*棋盤*中，*騎士巡遊幻方*只存在於**4k×4k階數**，且**k>2**的*棋盤*中。

*小型張*中的*十六階封閉幻方*由**約瑟夫·瑪達其**（**Joseph S. Madachy**）在1979年首次刊登。

一如在*小型張中*所顯示，我們可以根據*騎士的步法*，把數字1至256順序填在棋盤的*元素格*中，以重新驗證這個*幻方*，其**幻和**為2056。

小版張

小版張的構想是根據郵票的面值（1至9圓澳門幣）作排列，使之剛好對應於「**洛書幻方**」中數字1到9的排列配置。

這次發行餘下的三枚郵票，**面值**分別為**8**、**1**和**6**圓澳門幣，是對應*前言*中「*洛書幻方*」的**下行**數字。

此外，在*小版張*的**邊緣**則填滿了由**大衛·哈波**（**David Harper**）提出的兩種*幻方***貼磚方案**，該方案是建基於**二進制**與**十進制**的關係。

首日封：楊輝連環圖

13世紀可說是中國數學史上最重要的黃金時期，大量有關數學的著作湧現，當中包括**秦九韶**在1247年所著的《**數書九章**》，**李冶**所著的《**測圓海鏡**》及約15年後**楊輝**完成的一系列數學著作。

楊輝（約1238 - 約1298），錢塘（今浙江杭州）人，宋朝（960 - 1279）末年的數學家，以其一套在1378年被集合出版、由7卷數學著作所組成的《**楊輝算法**》而著稱。

*楊輝*的數學研究範圍包括乘法、除法、根號計算、二次方程、數列、多邊形面積計算、*幻方*、*幻圓*、**二項式定理**及其最著名的「**楊輝三角形**」，後來，「*楊輝三角形*」在1653年由法國數學家**帕斯卡**（**Blaise Pascal**）再重新發現。

本次發行的*首日封*左下角展示了一個**楊輝連環圖**。該圖是由1至72，合共**72個數字**組成**9個環**，當中每**8個數字**圍成1*環*，而**相鄰**的*8個數字*再圍成**另外4環**。*72個數字之***和**為 **2628**，而**任一環***8個數字之***和**為 **292** 。

郵票（3/3）：因德爾·塔內加 – IXOHOXI 88

因德爾•塔內加（**Inder Taneja**）由1978至2012年間擔任巴西聖卡塔琳娜州大學數學系教授，在不同的國際期刊上發表了100餘篇研究論文。

IXOHOXI 幻方是一個特殊的*幻方*系列，因它不僅可以表現出一般*幻方*甚至是**泛對角線幻方**的特性，更包括一些其他特性，例如**對稱**、**旋轉**和**鏡像**等。

*IXOHOXI*這個字詞本身是一個**回文**及*鏡像對稱*，並以「H」作為*對稱*中心，且*幻方*使用**7段LED顯示器**的格式來顯示10個數字(0至9)，當中0、1、2、5和8即使經**180度旋轉**後仍保持相同。另外，建構這個**四階幻方**所使用的4個數字（**0**、**1**、**2**和**5**），恰巧和本版郵票出版的年份**2015**年相同。

由*因德爾·塔內加*創建並轉載於本郵票上的*IXOHOXI Universal 88 幻方*，在因應這5個數字的*對稱*性質下，這個*幻方*還具有以下特性：

*幻方*完成以下的轉換後仍為*幻方*：

- **旋轉180度**後；
- **更改***元素格*內**數字的順序**，例如由82改為28；
- 在**一面鏡中**、**水面**或**紙後**觀看*幻方*的*鏡像*；
- *四階幻方*的*幻和S*為**88**，這個數字也具有*對稱*性質。

郵票（3/1）：麥克林托克/奧利倫肖 – 最完美幻方

最完美幻方是**雙偶數階**的**泛對角線幻方**，並具有以下兩個附加特性：

- 在*幻方*中取任意的**二階**方陣（**2×2 元素格**），包含**卷繞**，其和均為$2(1+n^2)$；
- 在沿**主對角線**或**斷對角線**中任意兩個分隔**n/2元素格**的數字均為**互補對**，其和為$1+n^2$。

根據以上的特性，我們可以在本次發行的*八階最完美幻方*郵票中看到：

- $2(1+n^2) = 2(1+8^2) = 130$　　例：(59+38+7+26) = (48+33+18+31) = 130
- $(1+n^2) = (1+8^2) = 65$　　例：(1+64)=(34+31) = (25+40) = 65

所有*四階泛對角線幻方*均為*最完美幻方*。然而，隨著$n>4$，*泛對角線幻方*與*最完美幻方*的比例

隨著*n*增加而減少。

提及*最完美幻方*的歷史，不得不提到**凱瑟琳·奧利倫肖**（**Kathleen Timpson Ollerenshaw**）這位數學家。她在1982年與**赫爾·曼邦迪**（**Hermann Bondi**）共同研發了一個**數學分析結構**，可用來驗證合共有**880**個**不同***四階幻方*的理論。其後她在**麥克林托克**（**Emory McClintock**）於1897年出版的研究基礎上對*泛對角線幻方*作出研究，並在1986年發表論文，指出利用*對稱性*可以證明合共有**368640**種*不同的八階最完美幻方*。

隨著進一步的研究，最後她更發現了如何去建構並計數所有*階數*為**四的倍數**的*最完美幻方*。

在1998年，與協助她整理研究筆記及校對的**大衛·布雷**（**David Brée**）共同出版書籍《**Most-Perfect Pandiagonal Magic Squares: Their Construction and Enumeration**》。

郵票（**3/2**）：大衛·科里森 - 拼布幻方

大衛·科里森(**David M. Collison**, 1937-1991）出生於英國，居於美國加利福尼亞州的安那罕。在*幻方*及**幻方體**領域有著豐富的研究成果，更透過把不同的**形狀廣義化**而創建出**拼布幻方**。

*拼布幻方*是一種**內嵌幻方** - 指一個*幻方*內含了其他*幻方*或**特別的幻形**。最常見的*內嵌形狀*為**矩形**，但也可以找到**鑽石型**、**十字型**、**手肘型**和**L形**。

這些*幻形*在每個**方向**上的*幻和*須和*元素格*的數目成正比。本郵票的**十四階拼布幻方**具有下列特性：

- 在四個**象限**中內含4個**四階幻方**，*4×4*；在**中心**內含1個**十字**，*6×6*；在**每邊的中間**合共有4個**T形**，*6×4*；在**四角**有4個**手肘形狀**，*4×4*。
- 所有*形狀*的*幻和*均是與*行*、*列*或*對角線*的*元素*數目成正比的**常數**：$\mathbf{S_2=197}$；$\mathbf{S_4=394}$；$\mathbf{S_6=591}$；$\mathbf{S_{14}=1379}$。

參考書目

請瀏覽上述的*澳門郵政*網站。

構思及文章作者：羅庇士
協作人：因德爾•塔內加 (郵票（3/3）：因德爾•塔內加–IXOHOXI 88)
資料搜集：劉蘭華、楊俊榮